

# К анализу динамических свойств робота параллельной структуры с постоянной ориентацией выходного звена

А. А. Романов, Л. В. Гаврилина, М. В. Глазунов, С. М. Демидов,  
Р. А. Чернецов

Рассмотрен механизм робота параллельной структуры, который предназначен для осуществления поступательных движений выходного звена, используемых в различных технологических системах. Кинематическая структура, обеспечивающая указанные движения, содержит линейный привод и два шарнира Гука (карданный шарнир, универсальный шарнир) в каждой кинематической цепи, что позволяет исключить все вращательные движения. Решается задача динамического анализа указанного механизма в том случае, когда требуется обеспечить движение лишь по одной координате.

## Ключевые слова:

механизм параллельной структуры, технологическая робототехническая система, динамический анализ

УДК 621.01 | ВАК 2.5.2

DOI: 10.22184/2499-9407.2024.35.2.76.80

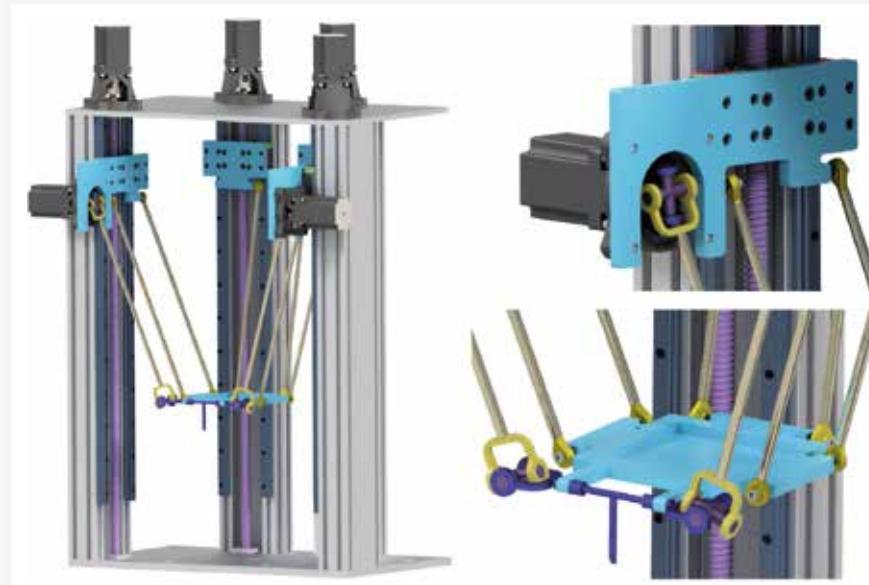
Рассматривая робототехнические системы параллельной структуры [1], следует отметить, что их свойства, которые в частности целесообразно учитывать при групповом управлении [2], могут быть эффективно использованы в различных технических задачах [3]. При этом нужно принимать во внимание некоторые недостатки этих устройств, например, связанные с особыми положениями [4], а также возможные вариации конструкции их элементов – речь может идти о форме изгибных упругих кинематических пар [5, 6].

В качестве примера одного из подходов к структурному синтезу рассматриваемых технических объектов можно указать на развитие методики использования принципа изоморфности, который предполагает постоянство

передаточных отношений между перемещениями приводов и выходного звена [7]. Оказалось, что поступательные кинематические пары могут быть заменены диадами, имеющими по три вращательные кинематические пары с параллельными осями.

В последнее время большое внимание многими исследователями уделяется робототехническим системам, предназначенным для различных операций, связанных с постоянством точки ввода инструмента [8–10].

Перечисленные свойства устройств параллельной структуры целесообразно иметь в виду при разработке различного рода технологических систем – это могут быть станки нетрадиционной компоновки либо оборудование для аддитивных технологий. Наиболее перспективной



**Рис. 1.** Робот параллельной структуры для аддитивных технологий

схемой в данном случае представляется архитектура робота Delta [11, 12].

Другой перспективной для станкостроения схемой может явиться структура, содержащая круговую направляющую и приводные каретки, количество которых соответствует числу налагаемых связей либо числу приводов [13, 14].

Следует отметить, что рассматриваемые объекты обладают весьма сложными динамическими свойствами, связанными с динамическим взаимовлиянием между степенями свободы [1, 3]. Эти вопросы еще не вполне изучены. В частности, речь может идти о точности выполнения робототехнической системой предписанного закона движения вблизи особых положений.

Важность рассмотрения особых положений в частности можно проиллюстрировать следующим примером (рис. 1) робота параллельной структуры для аддитивных технологий [15]. Данный робот может иметь четыре или пять степеней свободы, на его выходном звене может быть закреплен экструдер для подачи материала, образующего изготавливаемое изделие.

Оказалось, что учет особых положений может существенно уменьшить объем рабочей зоны. Для того чтобы этого не произошло, потребовалось использовать алгоритм, позволяющий наиболее точно, с точки зрения технического критерия, определить близость к указанным положениям.

В связи с этим в данной статье ставится задача исследования динамических свойств механизма параллельной структуры с тремя степенями свободы, совершающего поступательные движения. Нужно проанализировать динамические свойства этого объекта, который должен двигаться по горизонтальной оси, хотя при этом, в силу наличия

силы тяжести, а также взаимного динамического влияния между приводами, наблюдаются движения по всем трем координатам.

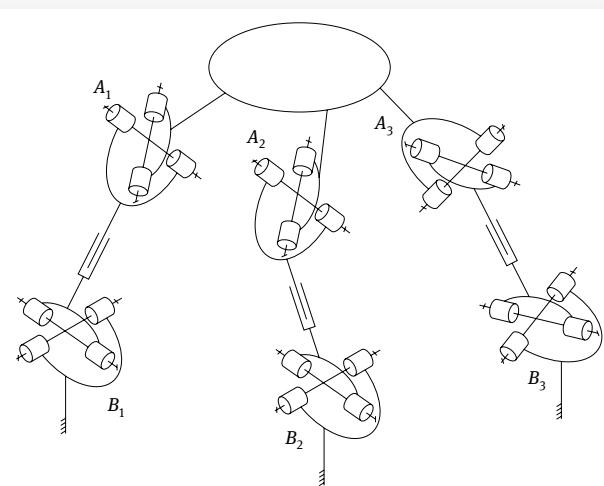
Рассматриваемый механизм с постоянной ориентацией выходного звена имеет три степени свободы и три кинематические цепи (рис. 2). Каждая кинематическая цепь содержит по два карданных шарнира, обозначенных соответственно  $A_1$  и  $B_1$ ,  $A_2$  и  $B_2$ ,  $A_3$  и  $B_3$ . Кроме того, каждая кинематическая цепь содержит линейный двигатель. Поскольку каждая кинематическая цепь содержит по два карданных шарнира, то все вращательные движения запрещены. В данном случае все точки  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  располагаются в горизонтальной плоскости  $xOy$ .

Расположение этих точек соответствует равностороннему треугольнику, в связи с этим координаты указанных точек равны (м):

- точка  $B_1 (\sqrt{3}, -1, 0)$ ;
- точка  $B_2 (-\sqrt{3}, -1, 0)$ ;
- точка  $B_3 (0, 2, 0)$ .

Координаты точек  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  в системе координат выходного звена равны (м):

- точка  $A_1 (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{-1}{2}, 0)$ ;
- точка  $A_2 (\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{-1}{2}, 0)$ ;
- точка  $A_3 (0, 1, 0)$ .



**Рис. 2.** Схема механизма с постоянной ориентацией выходного звена

Поскольку выходное звено совершает лишь поступательные движения, то решение задачи о положениях и задач динамики соответствует механизму «тринода», в котором имеем следующие координаты центров шарниров. Координаты точек  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  равны (м):

- точка  $B_1\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{-1}{2}, 0\right)$ ;
  - точка  $B_2\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{-1}{2}, 0\right)$ ;
  - точка  $B_3(0, 1, 0)$ .

Координаты точек  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  в системе координат выходного звена равны нулю.

Запишем уравнения, которые учитывают силы, действующие на выходное звено. Эти силы пропорциональны отклонениям реальных обобщенных координат от требуемых, а также отклонениям реальных обобщенных скоростей от требуемых. В соответствии с изложенным, представим динамические уравнения движения данного механизма согласно требуемому закону:

$$\dot{V}_x = \frac{\left[ \left[ \sqrt{(xd - x_{B1})^2 + (yd - y_{B1})^2 + (zd - z_{B1})^2} - \sqrt{(x - x_{B1})^2 + (y - y_{B1})^2 + (z - z_{B1})^2} \right] \cdot C_1 \cdot \frac{(x - x_{B1})}{l_1} \right] + \left[ \left[ \sqrt{(xd - x_{B2})^2 + (yd - y_{B2})^2 + (zd - z_{B2})^2} - \sqrt{(x - x_{B2})^2 + (y - y_{B2})^2 + (z - z_{B2})^2} \right] \cdot C_1 \cdot \frac{(x - x_{B2})}{l_2} \right] + \left[ \left[ \sqrt{(xd - x_{B3})^2 + (yd - y_{B3})^2 + (zd - z_{B3})^2} - \sqrt{(x - x_{B3})^2 + (y - y_{B3})^2 + (z - z_{B3})^2} \right] \cdot C_1 \cdot \frac{(x - x_{B3})}{l_3} \right] + \left[ \left[ \frac{(V_{xd} - V_x) \cdot (x - x_{B1}) + (V_{yd} - V_y) \cdot (y - y_{B1}) + (V_{zd} - V_z) \cdot (z - z_{B1})}{l_1} \right] \cdot [C_2 \cdot (x - x_{B1})] \right] + \left[ \left[ \frac{(V_{xd} - V_x) \cdot (x - x_{B2}) + (V_{yd} - V_y) \cdot (y - y_{B2}) + (V_{zd} - V_z) \cdot (z - z_{B2})}{l_2} \right] \cdot [C_2 \cdot (x - x_{B2})] \right] + \left[ \left[ \frac{(V_{xd} - V_x) \cdot (x - x_{B3}) + (V_{yd} - V_y) \cdot (y - y_{B3}) + (V_{zd} - V_z) \cdot (z - z_{B3})}{l_3} \right] \cdot [C_2 \cdot (x - x_{B3})] \right]}{m}$$

(остальные уравнения аналогичны приведенному),  
 где:  $xd$ ,  $yd$ ,  $zd$  – требуемый закон движения по осям  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ;  
 $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$  – скорости выходного звена по соответствующим координатам;  
 $x$ ,  $y$ ,  $z$  – координаты центра выходного звена;  
 $X_{B1}$ ,  $X_{B2}$ ,  $X_{B3}$ ,  $Y_{B1}$ ,  $Y_{B2}$ ,  $Y_{B3}$ ,  $Z_{B1}$ ,  $Z_{B2}$ ,  $Z_{B3}$  – точки крепления центров сферических шарниров на основании;  
 $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  – длины выдвижения штоков приводов;  
 $C_1$  – коэффициент обратной связи по положению приводов;  
 $C_2$  – коэффициент обратной связи по скорости приводов  
 $V_{xd}$ ,  $V_{yd}$ ,  $V_{zd}$  – требуемые скорости выходного звена по соответствующим координатам;  
 $m$  – масса выходного звена.

В данном случае:

$$xd = 0, 2(1 - \cos(6,2832t)), 0, 62832 \sin(6,2832t);$$

$$yd = 0, V_{yd} = 0;$$

$$zd = 0, V_{zd} = 0.$$

Для преобразованного механизма типа «трипод» имеет место соотношение:

$$l_i = \sqrt{(x - x_{Bi})^2 + (y - y_{Bi})^2 + (z - z_{Bi})^2}; \quad i = 1, 2, 3.$$

Параметры, определяющие движения выходного звена, имеют значения:

- масса выходного звена  $m = 0,5$  кг (считаем, что масса кинематических цепей пренебрежимо мала);
  - коэффициент обратной связи по положению  $C_1$  в каждом из рассматриваемых численных экспериментов будет иметь свое значение;
  - коэффициент обратной связи по скорости  $C_2$  в некоторых численных экспериментах будет равен нулю.

Будем предполагать, что выходное звено должно двигаться лишь по оси  $x$ , при этом движения по двум другим ко-

ординатам должны отсутствовать. Но следует иметь в виду, что имеет место взаимное влияние между приводами, также наличествует сила веса. При этом будем иметь движения также по оси  $y$  и по оси  $z$ .

Рассмотрим численный эксперимент, когда  $C_1 = 100 \text{ Н/м}$ ,  $C_2 = 0$ . При этом получаем изменения координат (рис. 3 *a*, *б* и *в*).

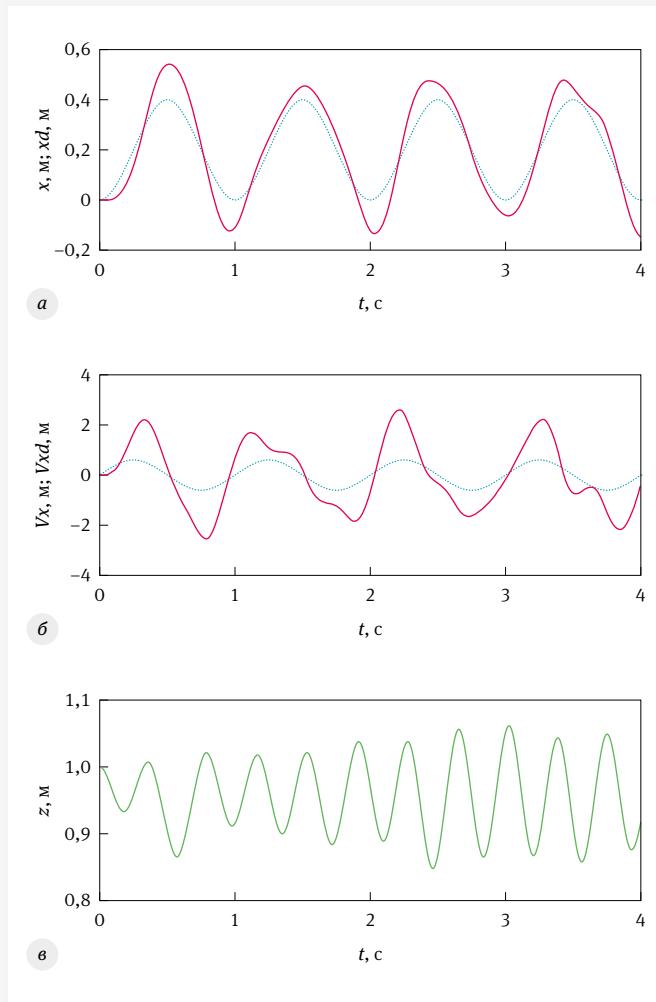
Анализируя представленные графики можно сделать вывод, что различия между требуемым и реальным законами движений по оси  $x$  являются не столь

значительными. В то же время имеет место движение по оси  $z$ , что вызвано наличием силы веса. Имеет место интересный факт, что частота колебаний по оси  $z$  больше частоты колебаний по оси  $x$ .

Рассмотрим следующий численный эксперимент, когда  $C_1 = 100 \text{ Н/м}$ ,  $C_2 = 10$ . В данном случае имеет место обратная связь не только по положению, но и по скорости. При этом получаем изменения координат (рис. 4 а, б и в).

Анализируя представленные графики, можно сделать вывод, что различия между требуемым и реальным законами движений по оси  $x$  вновь являются не столь значительными, при этом ошибка уменьшилась.

Рассмотрим еще один численный эксперимент, когда  $C_1 = 1000$  Н/м,  $C_2 = 100$ . В данном случае также имеет



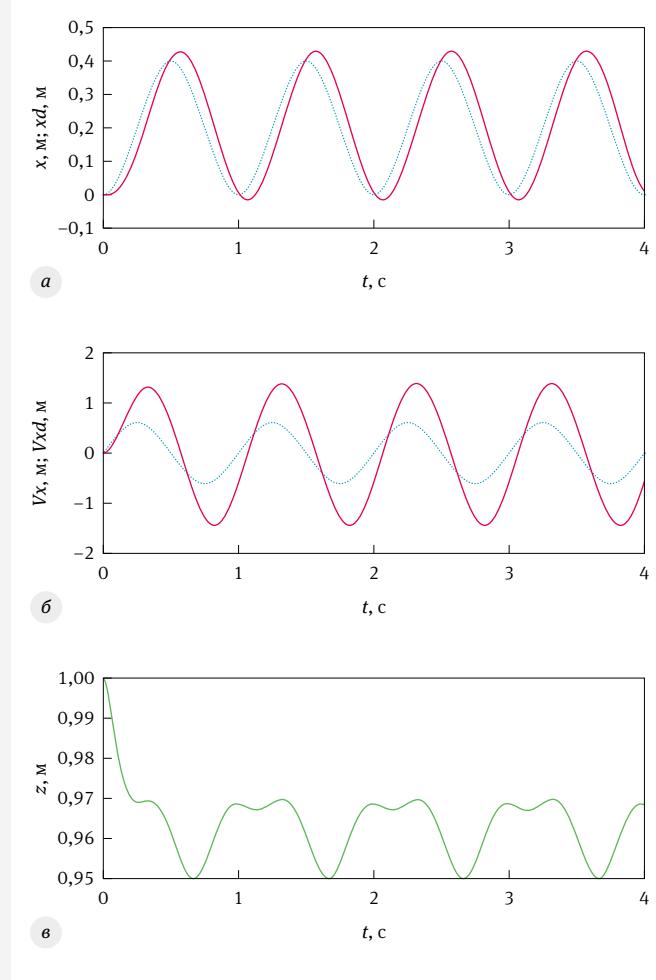
**Рис. 3.** Результат численного эксперимента при  $C_1=100 \text{ Н/м}$ ,  $C_2=0$ :  
а – изменения координаты  $x$  для реального и требуемого  $xd$  случаев; б – изменения скорости по оси  $x$  для реального  $V_x$  и требуемого  $V_{xd}$  случаев; в – изменения координаты  $z$  для реального случая (требуемые значения должны быть равны нулю)

место обратная связь не только по положению, но и по скорости, однако коэффициенты увеличены в 10 раз. При этом получаем изменения координат (рис. 5 а, б и в на с. 80).

Анализируя представленные графики, можно сделать вывод, что различия между требуемым и реальным законами движений по оси  $x$  снова являются незначительными. При этом частота движения по осям  $y$  и  $z$  увеличилась.

Можно сделать следующие выводы:

1. в рассматриваемом механизме при наличии требуемого движения лишь по одной оси, имеем также колебательные движения по двум другим осям;
2. частоты колебательных движений по оси заданного движения и по двум другим осям не совпадают;

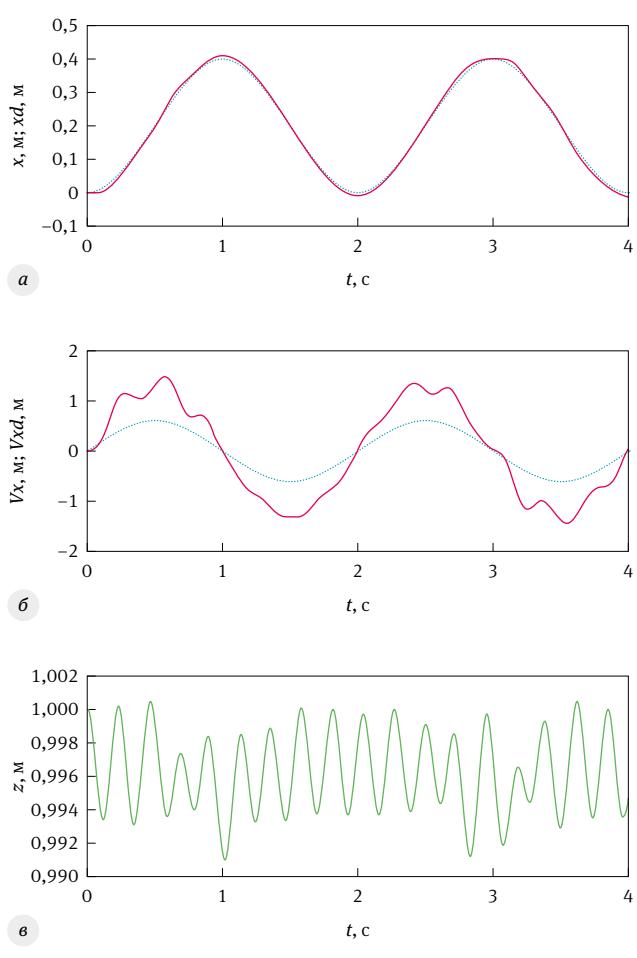


**Рис. 4.** Результат численного эксперимента при  $C_1=100 \text{ Н/м}$ ,  $C_2=10$ :  
а – изменения координаты  $x$  для реального и требуемого  $xd$  случаев; б – изменения скорости по оси  $x$  для реального  $V_x$  и требуемого  $V_{xd}$  случаев; в – изменения координаты  $z$  для реального случая (требуемые значения должны быть равны нулю)

3. при увеличении коэффициентов обратных связей по скорости и по положению ошибка движения по заданному закону уменьшается.

## Литература

1. Сескарелли М. Fundamentals of Mechanics of Robotic Manipulations. Kluwer Academic Publishers, 2004. 412 р. <https://doi.org/10.1007/9781-4020-2110-7>
2. Каляев И. А., Капустян С. Г. Групповое управление роботами: проблемы, решения // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2011. № 12. С. 7–12.
3. Глазунов В. А. Механизмы параллельной структуры и их применение: робототехнические, технологические, медицинские, обучающие системы. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2018. 1036 с.



**Рис. 5.** Результат численного эксперимента при  $C_1=1000$  Н/м,  $C_2=100$ :  
а – изменения координаты  $x$  для реального и требуемого  $x_{d}$  случаев; б – изменения скорости по оси  $x$  для реального  $V_x$  и требуемого  $V_{xd}$  случаев; в – изменения координаты  $z$  для реального случая (требуемые значения должны быть равны нулю)

4. Гебель Е. С., Глазунов В. А. Определение взаимного соответствия кинематического винта выходного звена и винта-градиента в особом положении механизма параллельной структуры // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2017. № 7 (688). С. 3–9.
5. Glazunov V. A., Orlov A. V., Skvortsov P. A. Rational Design of a Micro-positioner with Elastic Hinges // Mechanism and Machine Science (book series). 2022. V. 113 MMS. PP. 22–30.
6. Гебель Е. С., Гаврилина Л. В., Глазунов В. А., Демидов С. М., Швец П. А. Построение зоны сингулярности для одного вида механизмов параллельной структуры // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2020. № 3. С. 4–10.
7. Едакина Т. В., Ласточкин А. Б., Гаврилина Л. В., Касилов В. П., Рамжаев В. С. Структурный анализ и построение рабочей зоны изоморфного поступательно-

направляющего механизма параллельной структуры // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2022. № 4. С. 6–13.

8. Tucan P., Gherman D., Andras Iu., Vaida C., Pisla D. Kinematic Modelling of a Parallel Robot Used in Single Incision Laparoscopic Surgery // CISM International Centre for Mechanical Sciences 2022 A. Kecskeméthy and V. Parenti-Castelli (Eds.): ROMANSY 2022. CISM 606. PP. 115–122.
9. Sugahara Y. et al. A Suspended Cable-Driven Parallel Robot for Human-Cooperative Object Transportation // ROMANSY 23 – Robot Design, Dynamics and Control. 2021. PP. 109–117.
10. Tempel P., Alfeld M., Wijk V. Design and Analysis of Cable-Driven Parallel Robot CaRISA: A Cable Robot for Inspecting and Scanning Artwork // ROMANSY 23 – Robot Design, Dynamics and Control. 2021. PP. 136–144.
11. Nguyen V. L., Kuo C. H., Lin C. Y. Gravity Compensation of Delta Parallel Robot Using a Gear-Spring Mechanism // ROMANSY 23 – Robot Design, Dynamics and Control. 2021. PP. 280–287.
12. Гебель Е. С., Ласточкин А. Б., Романов А. А., Гаврилина Л. В., Глазунов М. В. Кинематический и точностной анализ механизма параллельной структуры типа Delta с использованием плюккеровых координат // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2023. № 3. С. 3–16.
13. Laryushkin, P., Antonov A., Fomin, A., Glazunov V. Novel Reconfigurable Spherical Parallel Mechanisms with a Circular Rail // Robotics 2022. 11. 30. PP. 1–13.
14. Antonov A., Fomin A., Glazunov V., Ceccarelli M. Workspace and Performance Analysis of a 6-DOF Hexapod-type Manipulator with a Circular Guide // Journal of Mechanical Engineering Science. 2022. Vol. 236(18). PP. 9951–9965. <https://doi.org/10.1177/09544062221095953>
15. Laryushkin P., Fomin A., Glazunov V., Brem I., Fomina O. Redundantly Actuated 5-DOF Delta-Type Parallel Robot with Linear Drives // Advances in Mechanism and Machine Science. Proceedings of the 16th IFTOMM World Congress 2023. Vol. 2. PP. 820–827.

## Авторы

**Романов Андрей Александрович** – кандидат технических наук, младший научный сотрудник ИМАШ РАН

**Гаврилина Любовь Васильевна** – научный сотрудник ИМАШ РАН

**Глазунов Михаил Викторович** – магистрант Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Российский государственный университет им. А. Н. Косыгина»

**Демидов Сергей Михайлович** – кандидат технических наук, научный сотрудник ИМАШ РАН

**Чернецов Роберт Александрович** – кандидат технических наук, научный сотрудник ИМАШ РАН