

Тепловая жесткость металлорежущих станков. Физические основы. Оценка и управление

Часть 1. Система понятий жесткость для металлорежущих станков

А. П. Кузнецов

С точки зрения требований точности и прецизионности станков рассмотрены основные положения оценок статической, динамической, тепловой жесткостей и их описание в физических процессах упругого деформирования в качестве важного элемента, учитываемого при проектировании металлорежущих станков. Рассмотрены также вопросы воздействия на станок тепловых факторов, которые также приводят к температурным погрешностям и обуславливают изменение точности станка.

Ключевые слова:

станок, точность, прецизионность, жесткость, структурный подход, упругая, тепловая и термоупругая структуры металлорежущего станка

УДК 621.9 | ВАК 2.5.5

DOI: 10.22184/2499-9407.2023.30.1.22.34

Существует лишь то, что можно измерить.

Макс Планк

В последние годы в обрабатывающей промышленности возросли требования к точности (рис. 1) и прецизионности станков и обрабатываемых на них деталей, а также к повышению производительности станков. Так, для металлорежущих станков нормальной и повышенной точности достижимая точность обработки в настоящее время находится в диапазоне 1–5 мкм, и если указанная тенденция сохранится, то в ближайшие 10–15 лет может быть достигнут стабильный диапазон точностей в пределах 0,1–1 мкм, что естественно потребует значительных усилий по исследованию процессов и механизмов достижения и обеспечения точности во всем спектре проблем – от проектирования и производства станков до систем управления их

поведением (управления параметрами точности) в период их эксплуатации при обработке изделий.

Чтобы достичь необходимой (требуемой) точности и производительности станков или их максимальной ресурсоэффективности, необходимо определить наиболее важные и значимые характеристики, которые обуславливают и определяют выходные показатели и параметры станка, и в процессе проектирования применить методы оптимизации с несколькими переменными. В работах [1–3] обобщены, обоснованы и даны определения базовых понятий и методов их оценки:

- **ТОЧНОСТЬ** – степень соответствия свойств предмета, объекта, системы, процесса, явления его номинальному,

заданному, установленному, допустимому, идеальному значению или закону;

- **производительность** – скорость изменения параметров, характеристик, свойств, состояния, структуры преобразуемой материи;
- **ресурсоэффективность (эффективность)** – степень использования какого-либо ресурса (энергии, материала, времени, информации).

Данные, приведенные на рис. 1, позволяют оценить тенденции и закономерности развития, а также границы соотношений параметров, например, для новых станков сверхвысокой точности: общая достижимая точность станка, равная не менее 1 нм, и тогда суммарная жесткость станка должна быть более 40 Н/мкм. Аналогичные закономерности получены и для показателей производительности и эффективности [5].

Постоянно возрастающие требования к качеству выпускаемых металлорежущих станков также обуславливают необходимость совершенствования и разработки методов и средств оценки контроля их качества (как более общей характеристики технического уровня и конкурентоспособности) на разных стадиях их создания – от проектирования до эксплуатации. Погрешности станка объективно представляют собой измеренные значения, которые обеспечивают достоверную оценку свойств станка, включая его способность выдерживать в установленных условиях и пределах постоянные, переменные и периодические силовые и тепловые (температурные) воздействия (рис. 2).

Неподвижные и подвижные детали и узлы станка через функциональные связи и отношения образуют различные

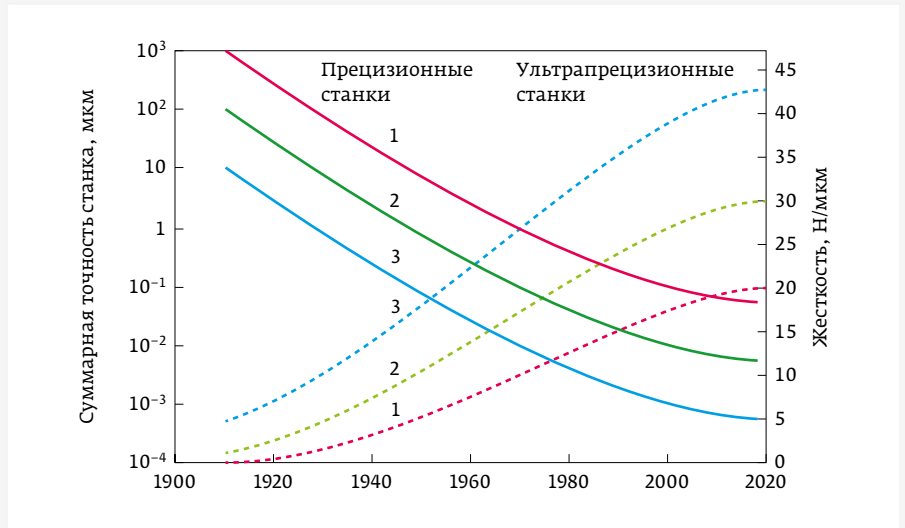


Рис. 1. Соответствие изменения достигаемой точности и жесткости в зависимости от вида обработки: 1 – традиционная, 2 – прецизионная, 3 – ультрапрецизионная [4]

структуры металлорежущего станка, которые в зависимости от способа их формирования (связей и отношений) можно определить по типам как:

- координатную;
- компоновочную;
- упругую;
- динамическую;
- тепловую;
- термоупругую и др.

Отношения между деталями и узлами, а также их связи определяются видом и характером взаимодействия: жестким (неподвижным), упругим, термоупругим, упругопластическим. Изменение параметров, свойств, характеристик неподвижных и подвижных деталей и узлов, а также их функциональных связей и отношений происходят вследствие воздействия основных видов источников их дестабилизации, таких

Таблица 1. Физические процессы и их параметры

Физический процесс	Основной закон	Формула закона	Тип уравнения в частных производных	Параметры процесса		
Тепловой	Фурье	$q = \alpha \cdot \Delta t$	Параболическое, эллиптическое	Разность температур ΔT	Обратные термические сопротивления $1/\alpha$ и h/λ	Удельный тепловой поток q
Электрический	Ома	$U = R \cdot I$	Эллиптическое	Напряжение U	Сила тока I	Электрическое сопротивление R
Гидравлический	Бернулли	$Q = B \cdot \Delta p$	Эллиптическое	Разность давлений Δp	Расход жидкости Q	Гидравлическое сопротивление B
Деформация упругая	Гука	$F = k \cdot \Delta l$	Эллиптическое	Силовое смещение Δl	Внешняя сила F	Податливость $\mu = k^{-1}$

как силовые и температурные, которые могут быть как постоянными, так и периодическими, случайными и систематическими, внутренними и внешними.

В табл. 1 приведены основные физические процессы, которые описывают взаимосвязи параметров, характеризующие эти процессы, аналогичные процессам протекающим в станках при их работе.

Изучение любого физического явления сводится к установлению зависимости между величинами, характеризующими это явление. При проектировании металлорежущих станков рассматриваются физические процессы, обусловленные

силовыми и тепловыми факторами воздействия на детали, механизмы, узлы и структуру станка в целом. Математическая формулировка физической задачи выбранной модели, которая адекватно описывает физическую сущность протекания процесса, приводит к записи уравнения в частных производных. К физическим процессам и явлениям, которые описываются уравнениями в частных производных относятся явления, рассматриваемые в теории теплопроводности, упругости, гидродинамики, электродинамики и т.п. В математическом описании этих явлений и решаемых в технике задачах содержится много общего не только по сути физических явлений,

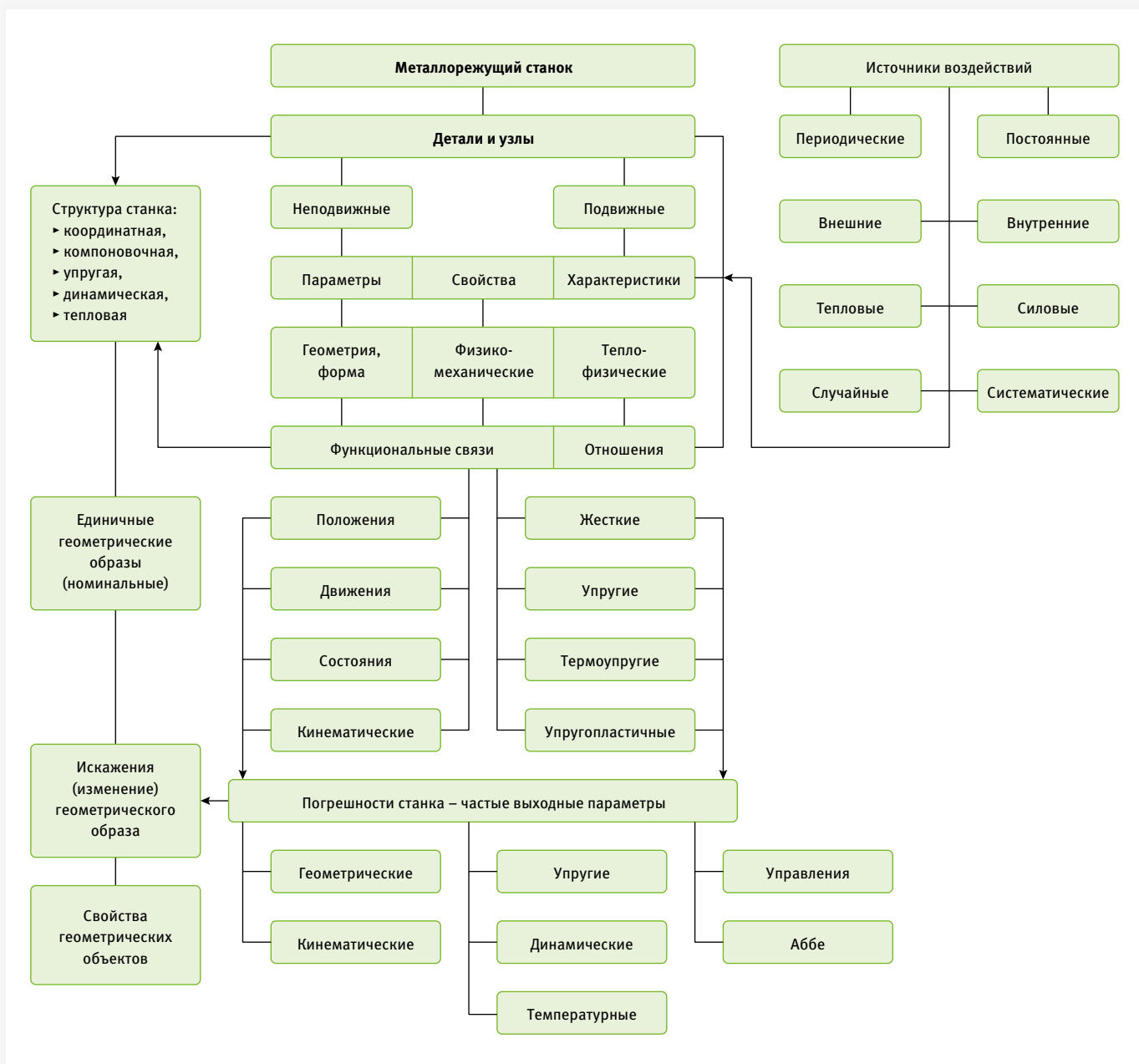


Рис. 2. Металлорежущий станок как система при анализе точности

а и по структуре элементов, фактически описывающих эти явления. Решение такого уравнения с начальными и граничными условиями и определяет аналитическое описание связи параметров физического процесса. Уравнения в частных производных можно разделить на три основных типа:

- параболические – содержащие первую производную по одной переменной и вторую – по другой, причем производные входят в уравнение с одинаковым знаком;
- гиперболические – содержащие первую производную по одной переменной и вторую – по другой, которые входят в уравнение с разными знаками;
- эллиптические – содержащие только вторые производные, причем одного знака.

Для рассматриваемого случая могут быть по аналогии описаны методы построения модели упругой, тепловой, термоупругой структур металлорежущего станка, которые формируют и определяют соответствующие им погрешности (см. рис. 2), а в табл. 1 приведены связи между величинами, описывающие физические явления, которые отражают соответствующее поведение и состояние станка, обуславливающее достижение требуемой точности, то есть явления – аналоги физического процесса в их математическом описании физической модели.

Следовательно выходные параметры, характеризующие свойства станка, будут определяться способностью системы сохранять в установленных пределах в течение времени требуемые положения, связи и отношения, обусловленные функциональными назначениями станка.

Все это обуславливает, формирует и определяет совокупность набора погрешностей (параметров точности) металлорежущего станка: геометрических, кинематических, упругих, динамических, температурных погрешностей, а также погрешностей управления (аппроксимации) и Аббе, которые (в отдельности) в достаточной для инженерного применения степени, а также в разной степени полноты научного обоснования описаны, систематизированы и представлены в отечественных и зарубежных стандартах.

Указанные на рис. 2 погрешности являются измеряемыми величинами, которые дают объективную оценку свойств станка, в том числе и его способности сопротивляться силовым и тепловым воздействиям.

Очевидно, что наиболее желательными характеристиками свойств станка являются параметры (показатели), которые однозначно определяют эти свойства и способность станка их обеспечивать и сохранять. Так, известно достаточно общее понятие жесткость, как способность сопротивляться силовым воздействиям, которая имеет размерность $[н(кгс)/мм]$, а способ контроля определяется ГОСТ 7035-75, где в табл. 3 приведены в их историческом развитии понятия «жесткость» или «жесткость станка» или «жесткости узлов и деталей станка».

Рассмотрим основные положения оценок жесткости и их описание в физических процессах упругого деформирования

с точки зрения их применимости в станках (см. рис. 2 путь формирования упругих погрешностей от силового воздействия на детали и узлы станка). Теория упругости рассматривает идеализацию твердого тела как свойство идеальной упругости [6, 7]. Идеальная упругость есть способность тела, получившего деформацию, после устранения причин, ее вызвавших, полностью восстановить свою форму. Работа, затраченная внешними силами на перемещения точек их приложения, принимается телом в обратимой форме – в форме накопления в нем упругой энергии, равной по величине работе внешних сил. Таким образом, идеально упругое тело выполняет первый закон термодинамики о сохранении энергии в изолированной системе. Способность идеально упругого тела не оставлять на себе никакого следа от прошлых нагрузок приводит к тому, что такое тело всегда имеет форму, зависящую лишь от тех нагрузок, которые в данный момент действуют на тело, и не зависящую от того, как эти нагрузки росли. Тогда, теория упругости изучает действие сил на упругие тела и определяет возникающие при этом напряжения и деформации как в состоянии равновесия, так и в состоянии движения.

Реальные твердые тела под действием приложенных сил деформируются, то есть изменяют форму и размеры. Жесткость – способность материала сопротивляться упругим деформациям. В нагруженной конструкции неизбежно возникновение упругих деформаций и обусловленных ими перемещений отдельных точек конструкции, а расчет конструкции на жесткость должен обеспечить выбор таких ее размеров и характеристик, при которых упругие перемещения, вызванные рабочими нагрузками, будут лежать в допустимых пределах. По характеру воздействия и приложения к элементу конструкции внешние силы делят на объемные и поверхностные. Объемными силами являются силы тяжести конструкции и силы инерции, возникающие при ее ускоренном движении. Объемные силы действуют на каждый бесконечно малый элемент объема. Поверхностными силами являются нагрузки, передающиеся от одних элементов конструкции к другим. Поверхностные силы делятся на сосредоточенные и распределенные. Сосредоточенной считается сила, которая передается на деталь по площадке, размеры которой пренебрежимо малы в сравнении с размерами самой детали. Нагрузки, распределенные по поверхности, характеризуются давлением (отношением силы, действующей на элемент поверхности нормально к ней, к площади элемента) и выражаются в Па. Нагрузка, распределенная по длине элемента, характеризуется интенсивностью и выражается отношением силы, действующей на элемент, к его длине – $Н/м$. По характеру изменения во времени различают нагрузки статические, динамические, циклические. Статическими называются нагрузки, нарастающие медленно и плавно от нуля до конечного значения; достигнув его, далее не изменяются.

Возникающими при этом ускорениями можно пренебречь. Динамическими (ударными) называются нагрузки,

изменяющиеся во времени с большой скоростью. Действие таких нагрузок приводит к колебаниям конструкции и возникновению сил инерции, пропорциональных колеблющимся массам и ускорениям. Эти силы инерции могут во много раз превосходить статические.

Нагрузки могут быть циклическими или повторными во времени, изменяясь по тому или иному закону. Различают повторные нагрузки с установившимся режимом (повторно периодические) и с неустановившимся режимом. Законы изменения нагрузок во времени могут иметь весьма сложный характер. Конструкции станков, их деталей и узлов, которые встречаются на практике, в большинстве случаев имеют сложную форму. Однако их отдельные элементы с той или иной степенью допустимой точности при расчетах можно свести к простейшим: брус, пластина, и т. п.

Перемещения точек тела, обусловленные его упругими деформациями, весьма малы по сравнению с размерами тела. Из этого допущения следует, что изменения в расположении сил, происходящие при деформации конструкции, не следует учитывать при составлении уравнений равновесия (при определении реакций связей), а также при определении внутренних сил. Это положение иногда называют принципом начальных размеров. Перемещения точек упругого тела в известных пределах нагружения прямо пропорциональны силам, вызывающим эти перемещения. Такие тела (системы) называют линейно деформируемыми, и они подчиняются закону Гука. Результат действия группы сил не зависит от последовательности нагружения ими конструкции и равен сумме результатов действия каждой из сил в отдельности. Это положение имеет название «принцип независимости действия сил» или принцип суперпозиции.

Как известно из положений теории упругости [6, 7] при растяжении бруса абсолютная упругая деформация прямо пропорциональна приложенной нагрузке:

$$F = k \cdot \Delta l, \quad (1)$$

где k – коэффициент пропорциональности между силой и деформацией.

Зависимость (1) не учитывает размеры и материал деформируемого тела, то есть способность тела сопротивляться деформации. Чтобы учесть эту характеристику тела, перейдем от внешних сил к внутренним напряжениям: $\sigma = F/A$; и от абсолютной деформации – к относительной: $\varepsilon = \Delta l/l$ и запишем:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (2)$$

где E – коэффициент пропорциональности, который называют модулем продольной упругости материала (модуль упругости первого рода) – модуль Юнга. Эта физическая постоянная для каждого материала характеризует его жесткость. Чем больше это значение, тем жестче материал,

тем лучше он сопротивляется упругим деформациям, тем меньше деформируется при данном напряжении и имеет ту же размерность, что и напряжение σ – МПа.

Зависимость (2) и называется законом Гука: продольные упругие деформации прямо пропорциональны нормальным напряжениям, а зависимость (1) – формула Гука, которая после преобразований может быть записана:

$$\Delta l = l \cdot \varepsilon = l \cdot \frac{\sigma}{E} = l \cdot \frac{F}{E \cdot A} = \frac{F}{k} = \mu \cdot F, \quad (3)$$

где k – коэффициент жесткости; μ – коэффициент податливости; E – жесткость сечения при растяжении; A – площадь поперечного сечения.

Или в общем виде для различных видов нагрузок или изменений сечения запишем:

$$\Delta l = \int_l \frac{F(x) \cdot dx}{E \cdot A(x)}. \quad (4)$$

Запишем общее уравнение растяжения-сжатия бруса (стержня) произвольного сечения, решение которого с граничными условиями на граничных участках позволяет находить выражения для смещений:

$$(E \cdot A) \cdot \frac{d^2 u}{dx^2} + q(x) = 0, \quad (5)$$

где $q(x)$ – внешняя распределенная нагрузка; $F = (E \cdot A) \cdot \frac{du}{dx}$ –

продольное усилие в брус; $u(0) = u_0, u(l) = u_l$ – граничные условия перемещений; $F(x=0, l) = (E \cdot A) \cdot \frac{du}{dx}$ – граничные

условия для действующих сил. Например, при $q(x) = 0, u(0) = 0, u(l) = \Delta l, F(x=l) = F$ получим, решая (5), аналогично

выражению (3): $\Delta l = \frac{F \cdot l}{E \cdot A}$. Следует отметить, что значение

сил, действующих на деталь при растяжении-сжатии, находится из уравнения равенства всех сил в данном направлении, включая силы трения. Подробно вопросы учета сил трения рассмотрены в работе [8].

Аналогично приведем общее уравнение прогиба среднего сечения бруса, в плоскости YOX прямоугольной системы координат, общие выражения для угла поворота θ и прогиба y определяются:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \pm \frac{M}{E \cdot I}, \quad (6)$$

$$y = \int dx \int \frac{M}{E \cdot I} \cdot dx + C_y \cdot x + D_y, \quad (7)$$

$$\theta = \frac{dy}{dx} = \int \frac{M}{E \cdot I} \cdot dx + C_\theta, \quad (8)$$

где M – изгибающий момент; I – момент инерции сечения бруса.

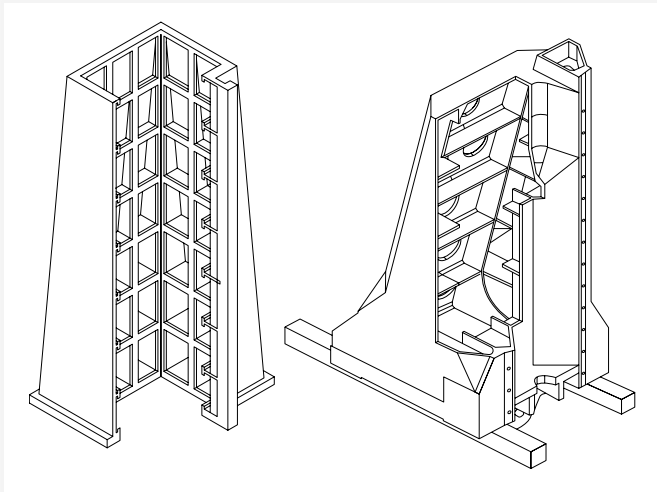


Рис. 3. Современные колонны станков Chiron-Werke с разной структурой ребер жесткости [10]

Так, для жестко закрепленной балки с одной стороны, когда угол поворота $\theta|_{x=0} = 0$ и прогиб $y|_{x=0} = 0$ равны нулю, а на конце балки действует сила равная F . Учитывая, что из этого следует равенство нулю свободных членов $C_\theta = 0$, $C_y = 0$, $D_y = 0$, из (7) и (8) получим:

$$y = \int dx \int \frac{M}{E \cdot I} \cdot dx + C_y \cdot x + D_y = -\frac{F \cdot l}{2 \cdot E \cdot I} \cdot x^2 + \frac{F}{6 \cdot E \cdot I} \cdot x^3;$$

$$y|_{x=l} = -\frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I}, \quad (9)$$

$$\theta = \frac{dy}{dx} = \int \frac{M}{E \cdot I} \cdot dx + C_\theta = -\frac{F \cdot l}{E \cdot I} \cdot x + \frac{F}{2 \cdot E \cdot I} \cdot x^2;$$

$$\theta|_{x=l} = -\frac{F \cdot l^2}{2 \cdot E \cdot I}. \quad (10)$$

В работе [9] получены зависимости на основании решения уравнений упругости и дано их приведение к инженерному виду (за счет введения коэффициентов и упрощений на основе экспериментов, что отражает конструктивные особенности станков) для расчетов изгиба и кручения балок коробчатого сечения с ребрами и без ребер жесткости. Указывается, что максимальная погрешность расчетных и экспериментальных данных не превышает 20% для различных случаев применения. На рис. 3 приведены современные конструкции колонн станков с разной структурой размещения ребер жесткости, а на рис. 4 показаны современные компоновки станков с оптимальной жесткостью упругой структуры.

На рис. 5 показан станок и эквивалентная схема для расчета и оптимизации параметров жесткости составных частей станка с использованием системы жестких балок (описана выше) и нагрузок, в том числе веса частей станка.

В настоящее время также часто используются численные методы (в основном метод конечных элементов), которые, в основном подтверждают результаты, полученные для приведенных к эквивалентным схемам балок различного сечения.

Общая жесткость станка и его эквивалентная силовая схема, как это следует из рис. 2, иллюстрируется на примере фрезерно-расточного станка (рис. 6) и зависит от ряда составляющих факторов и элементов, которые включают следующие элементы:

- неподвижные и подвижные;
- функциональные и присоединительные;
- базовые и корпусные детали станка и их геометрическую конфигурацию, способы и виды их соединений;
- материал элементов;
- направляющие;
- подшипники;
- механические передаточные механизмы и т. п.,

которые образуют упругую систему станка, а упругая погрешность (смещение) определяется в центре приложения

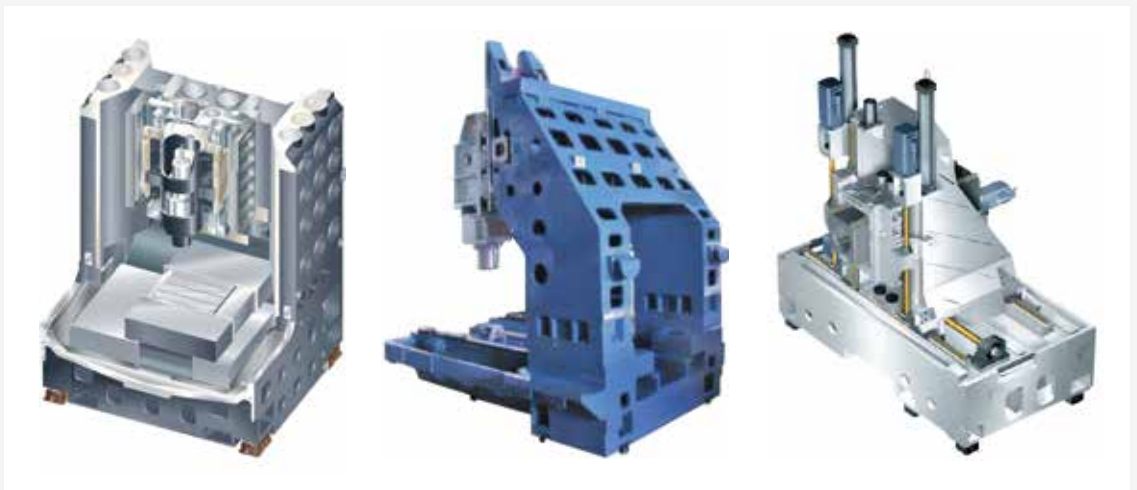


Рис. 4. Компоновки станков с оптимальной жесткостью [11]

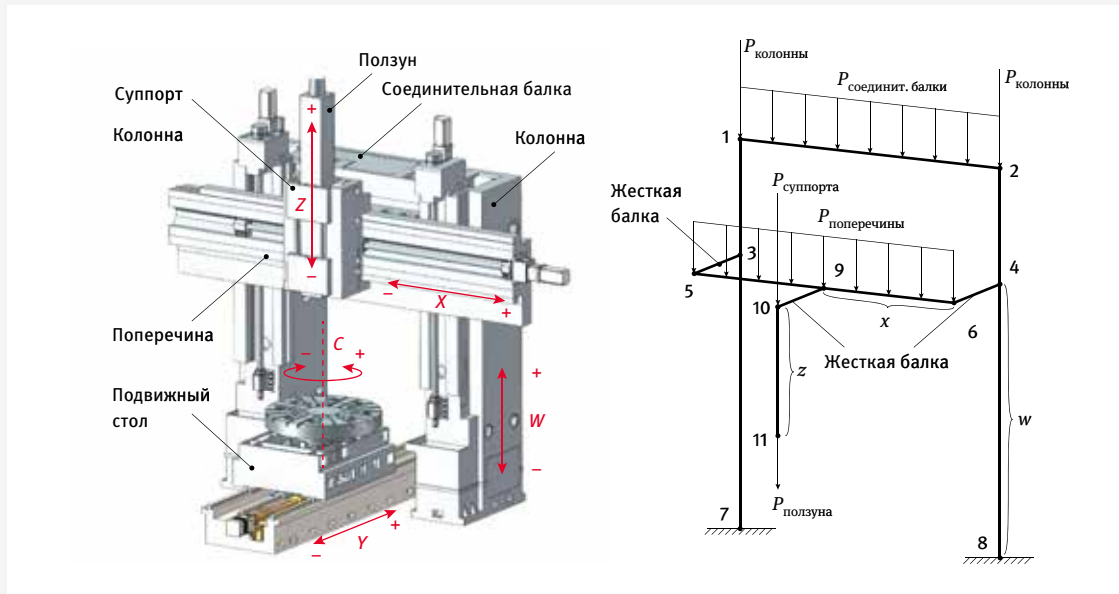


Рис. 5. Станок и эквивалентная схема жестких балок [12]

силы – точки центра инструмента (ТСР). Следовательно, задачей упругой системы станка является свойство обеспечения и сохранения во времени постоянного и минимально возможного изменения расстояния между инструментом (ТСР) и заданной точкой обрабатываемой детали, измеряемого по нормали к ее поверхности.

Тогда общая или суммарная жесткость будет определена, если элементы упругой структуры представить как пружины, которые соединены последовательно (11), или параллельно (12), или последовательно и параллельно (13), то суммарный коэффициент жесткости может быть записан в виде:

$$\frac{1}{k_{\Sigma}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_i} = \sum_1^n \frac{1}{k_i}, \quad (11)$$

$$k_{\Sigma} = k_1 + k_2 + \dots + k_i = \sum_1^n k_i, \quad (12)$$

$$\frac{1}{k_{\Sigma}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_i} + \frac{1}{k_{i+1} + k_{i+2} + \dots + k_{i+m}}, \quad (13)$$

где k_i, k_{i+m} – жесткость элемента; i – количество последовательно соединенных элементов, m – количество параллельно соединенных элементов.

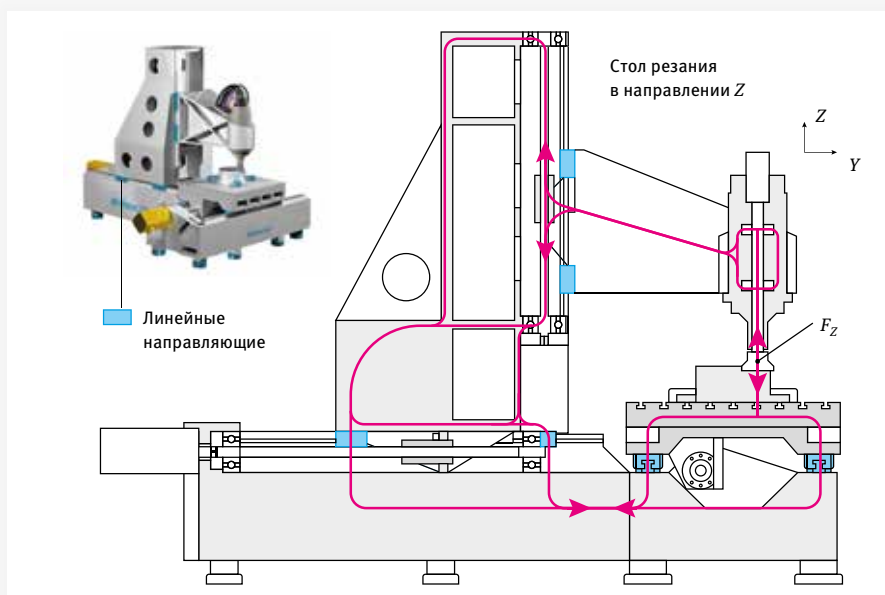


Рис. 6. Силовой контур упругой структуры станка [10]

Линейная зависимость между деформацией и усилием в линейно-упругом диапазоне материала имеет место только в бесстыковых компонентах, а не с внутренним или внешним трением. Характерные линейные графики зависимости в реальных узлах и машинах обычно имеют непропорциональное изменение деформации. Это постепенное изменение (увеличение) жесткости в первую очередь зависит от активных поверхностей [10, 13] в зонах контакта.

Из этого следует, что необходимая или требуемая общая жесткость станка может быть достигнута только в том случае, если все элементы в пределах потока усилий имеют жесткость, взаимосвязанную и взаимообусловленную соответствующими другими компонентами. Так, во многих работах авторы

указывают, что общая жесткость станка зависит от нескольких факторов, включая конфигурацию и размещение элементов станка, материал, механические передаточные механизмы, направляющие и контроллер. Тогда информацию о коэффициентах жесткости станка в целом предлагается [14] рассматривать в декартовой системе координат и записать в виде:

$$F = K \cdot \delta, \quad (14)$$

где $F = [F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z]^T$ – вектор размерностью 6×1 действующих сил и моментов вдоль осей X, Y, Z (в Н и Н/рад

соответственно); $\delta = [\delta_x, \delta_y, \delta_z, \delta_\theta, \delta_\psi, \delta_\phi]^T$ – величины значений малых смещений вдоль и поворотов вокруг осей

(в м и рад. С соответственно); $K = \begin{pmatrix} K_{tr} & K_{mix} \\ (K_{mix})^T & K_{rot} \end{pmatrix}$ – матрица жесткости $[6 \times 6]$.

В работе [14] также указывается, что традиционные определения значений жесткости получают для двух частных случаев смещений тела: либо чистого перемещения, либо чистого вращения. В первом случае значение жесткости представляет собой величину силы, обуславливающую единичное линейное перемещение, а во втором случае – это крутящий момент, вызванный единичным угловым перемещением.

Однако в общем случае, в котором тело испытывает как силовые нагрузки, так и крутящие моменты, традиционное определение значения жесткости недостаточно корректно и не всегда применимо, поскольку евклидова норма вектора δ не имеет физического смысла из-за неоднородности его единиц измерения. Для оценки значения жесткости в общем случае, когда тело подвергается как угловым, так и поступательным перемещениям, предлагается значение коллинеарной жесткости (collinear stiffness value – CSV):

$$k_{col} = s^T \cdot K \cdot s,$$

где $s_r = [n_x, n_y, n_z, c_\theta, c_\psi, c_\phi]^T$ при $[\delta_\theta, \delta_\psi, \delta_\phi] \neq 0$; n_x, n_y, n_z – смещения в направлении осей; $s_t = [c_\theta, c_\psi, c_\phi, 0, 0, 0]^T$ при $[\delta_\theta, \delta_\psi, \delta_\phi] = 0$; c_θ, c_ψ, c_ϕ – косинусы углов, а минимальные

из возможных значений будут равны соответственно: $(k_r)_{\min} = \min(s_r^T \cdot K \cdot s_r)$ и $(k_t)_{\min} = \min(s_t^T \cdot K \cdot s_t)$. Тогда соотношения $\xi_{tr}^r = (k_r)_{\min} / k_r$, $\xi_{tr}^t = (k_t)_{\min} / k_r$ предложено называть оценкой жесткости, а изменение оценки жесткости, определяемое как отношение максимальной и минимальной оценок жесткости $Var \xi_{tr}^r = (\xi_{tr}^r)_{\max} / (\xi_{tr}^r)_{\min}$, $Var \xi_{tr}^t = (\xi_{tr}^t)_{\max} / (\xi_{tr}^t)_{\min}$ (чем меньше отклонение от номинальной жесткости, то



Металлообработка. Сварка – Урал

международная выставка технологий,
оборудования, материалов для машиностроения,
металлообрабатывающей промышленности
и сварочного производства



14–17 марта 2023
Екатеринбург

крупнейший
специализированный
региональный проект в России

(342) 264-64-27
egorova@expoperm.ru
www.metal-ekb.expoperm.ru



есть чем ближе оно к единице, тем лучше характеристики жесткости машины) является более полной характеристикой качества жесткости станка.

Таким образом, и $\xi = 1$, и $Var\xi = 1$, если рассматривается только линейная составляющая упругой жесткости узлов и деталей как твердого тела, а общая жесткость станка оценивается на основании зависимостей (11–13). В реальных случаях, когда необходимо учитывать конструктивную податливость деталей машины, контактную жесткость и трение, мы имеем $\xi < 1$ и $Var\xi > 1$.

Линейная зависимость между деформацией и усилием в линейно-упругом диапазоне материала имеет место только в бесстыковых компонентах и без внутреннего или внешнего трения. Характерные линейные графики зависимости в реальных узлах и машинах обычно имеют непропорциональное изменение деформации. Это постепенное изменение (увеличение) жесткости в первую очередь зависит от активных поверхностей в зонах

контакта. Для оценок влияния свойств материалов деталей станков в табл. 2 приведены указанные характеристики, входящие в зависимости (2–10) по определению деформаций.

Конструкции, большинство из которых имеют гетерогенную структуру, под действием внешних нагрузок совершают колебания, энергия которых за счет наличия внутреннего или внешнего трения поглощается в материале конструкции и рассеивается в виде тепловой энергии во внешнюю среду.

Чем больше разнородных материалов входит в конструкцию, тем эффективнее рассеяние энергии при внезапных импульсных или неперiodических нагрузках.

В работах [14, 15, 16] даны базовые понятия, определения, зависимости и решения основного уравнения динамики для различных исходных и граничных условий, методы оценки динамического качества конструкций станков, приводятся примеры анализа и оптимизации параметров

Таблица 2. Значения основных характеристик материалов

Характеристики материалов	Серый чугун	Сталь	Минеральное литье	Сверхпрочный бетон	Гранит	Углепластик
Применяемость в деталях станков / степень / потенциал	Станины, колонны, столы, корпус шп. бабки, направляющие / высокая / ++	Станины, колонны, столы, направляющие / высокая / +	Станины, колонны, (столы, направляющие) / средняя / ++	Станины, колонны, (столы, направляющие) / низкая / +	Станины, колонны, (столы, направляющие) / низкая / +	Направляющие, столы, корпус шп. бабки (колонны) / низкая / ++
Удельный вес ρ , кг / дм ³	7,15	7,85	2,40	2,45	2,90	1,60
Предел прочности при сжатии σ , Н / мм ²	840	800	140	125	250	840
Модуль упругости при растяжении – модуль Юнга E, кН / мм ²	115	210	45	45	65	180
Модуль упругости при изгибе – модуль сдвига G, Н / мм ²	340	240	35	15	20	700
Коэффициент Пуассона, μ	0,25					
Коэффициент демпфирования (лог. декремент), ζ	0,0045	0,0023	0,0352	0,0385	0,015	0,030
Теплопроводность λ , Вт / м · °С	47	50	2,9	2,0	3,0	2,0
Теплоемкость C, Дж / кг · °С	535	360	730	750	800	1000
Коэффициент теплового расширения β , 10 ⁻⁶ / °С	9	12	15	11	6,5	0,1

при проектировании. Основное уравнение динамики записывается в виде:

$$m \cdot \ddot{x} + c \cdot \dot{x} + k \cdot x = F(t) \text{ или} \\ \ddot{x} + 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot \dot{x} + \omega_n^2 \cdot x = \frac{\omega^2}{k} \cdot F(t), \quad (15)$$

где m , c и k , соответственно, представляют эквивалентную массу, демпфирование и жесткость станка, приведенные

к центру инструмента (ТЦР); $\omega_n = \sqrt{k/m}$ – собственная частота колебаний (при $c=0$); $\xi = (c/2) \cdot \sqrt{k/m}$ – коэффициент

демпфирования (для механических конструкций всегда $\xi < 1$).

Динамические силовые нагрузки описываются во времени, как правило, периодической функцией, которая, в свою очередь, может быть представлена в виде ряда Фурье:

$$F(t) = a_0 + \sum_1^m [a_i \cdot \cos(i\omega t) + b_i \cdot \sin(i\omega t)].$$

Основная задача анализа динамической системы станка – выявление прямых и обратных связей между упругой системой станка и рабочими процессами в подвижных соединениях [14]. В результате анализа выявляют параметры и смещения, которые влияют на протекание заданных рабочих процессов с требуемыми характеристиками. Решение уравнения (15) достаточно для получения АФЧХ и интегрального

коэффициента демпфирования и амплитуд. Несмотря на сложность несущей системы станка, каждый резонанс определяет, как правило, какой-нибудь один элемент из многих. Замкнутая система станка, состоящая из устойчивых элементов, может оказаться в целом неустойчивой, и наоборот, может оказаться устойчивой при наличии некоторых неустойчивых элементов. Все указанные противоречия снимаются, если строить выводы на основании положений работы [14] о замкнутости динамической системы станка.

В качестве примера схематизации станка и представления его динамической системы в виде многих тел с упругими и диссипативными связями на рис. 7 приведена такая структура станка, которая включает в себя пять компонентов и 50 степеней свободы: степени свободы 1–10 представляют основание, степени свободы 11–20 представляют колонну, степени свободы 21–30 – шпиндельную бабку, 31–40 и 41–50 представляют собой подвижные рабочие органы соответственно в X и Y направлениях.

Как отмечалось ранее, на станок, кроме силовых факторов, воздействуют и тепловые, которые также приводят к температурным погрешностям и обуславливают изменение точности станка, а также нарушают стабильность требуемого относительного взаимного положения инструмента (ТЦР) и обрабатываемой на станке детали. В работах [18, 19] рассмотрены методы построения и анализа тепловой, температурной и термоупругой систем станка.

Методы теплопроводности и термоупругости позволяют сформулировать и записать основные выражения теории термоупругости, которые, например, по аналогии (табл. 1)

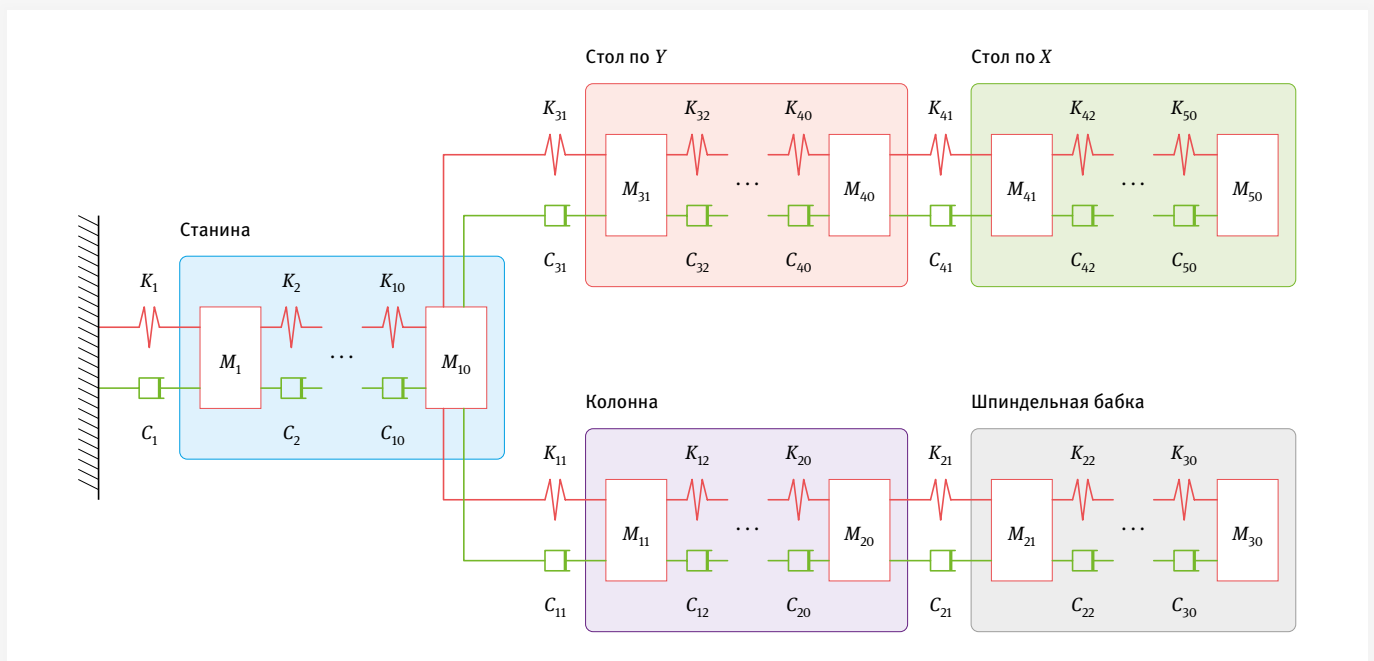


Рис. 7. Динамическая структура станка [17]

для стержневых систем, как упругой системы станка, можно записать в следующем виде:

$$\nabla^2 U_i + \frac{1}{1-\mu} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial i} - \frac{2 \cdot (1+\mu)}{1-2 \cdot \mu} \cdot \beta \cdot \frac{\partial T}{\partial i} = 0, \quad (16)$$

$$\varepsilon = \frac{1-2 \cdot \mu}{1+\mu} \cdot \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}}{2 \cdot G} + 3 \cdot \beta \cdot T,$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \cdot \nabla^2 T, \quad (17)$$

где $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа; μ – коэффициент Пуассона; ε – относительное объемное расширение;

β – коэффициент линейного расширения; G – модуль сдвига; E – модуль упругости; $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ – нормальные напряжения;

$T = T(x, y, z, \tau)$ – функция распределения температурного поля.

Решение уравнений (16, 17) с граничными условиями на перемещения и на нагрев позволяет найти решение по определению смещений, обусловленных изменением температуры.

Для простейшего случая неравномерного нагрева балки прямоугольного сечения получим следующие соотношения, аналогичные тому, как это получено для упругого поведения бруса:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \beta \frac{\partial T}{\partial x} \quad (18)$$

$$\varepsilon_{xx} E - \beta E T = \sigma_{xx} \text{ при } x = 0$$

$$\varepsilon_{xx} E - \beta E T = -\sigma_{xx} \text{ при } x = 1. \quad (19)$$

Таблица 3. Основные понятия жесткости металлорежущего станка

Статическая	Динамическая	Тепловая
Соколовский А. П. «Жесткость – способность системы противостоять действию сил, стремящихся ее деформировать»	Кудинов В. А. «Предельные режимы резания определяются устойчивостью станков, функционально связанные с жесткостью и демпфированием»	Дмитриев Б. М. «Свойство конструкции станка препятствовать термическим воздействиям»
Саттель Э. А., Подураев В. Н. «Жесткость – характеристика, определяющая упругие свойства системы»	Каминская В. В., Левина З. М. «Основными задачами динамического расчета являются оценка устойчивости процесса резания, влияние динамических нагрузок в приводе и несущей системы на точность обработки»	Кузнецов А. П. «Коэффициент теплостойкости узлов станка характеризует их способность рассеивать тепло»
Фикс-Марголин Г. Б. «Жесткость – отношение составляющей усилия резания, направленной по нормали к обрабатываемой поверхности, к суммарной деформации системы в том же направлении»	Дурко Е. М., Фецак С. И. «Динамическим процессом называется изменение параметров системы, в том числе и параметров, характеризующих рабочие процессы под влиянием внешних воздействий»	Jungnickel G. «Величина относительного перемещения баз характеризует способность конструкции сопротивляться тепловым воздействиям, препятствуя изменению взаимного положения заготовки и инструмента»
Вотинов К. В. «Жесткость – способность узлов сопротивляться появлению упругих отжатий»	Соколовский А. П. «Автоколебательный процесс – такой, при котором переменная сила, поддерживающая колебательное движение, создается и управляется самим движением и при прекращении этого движения исчезает»	Кузнецов А. П., Кориат Г.-И. «Температурная и/или тепловая жесткость – способность станка сопротивляться тепловым и/или температурным воздействиям»
Врагов Ю. Д. «Жесткость системы – отношение силы, приложенной в определенном направлении, к величине упругого смещения в том же направлении»		
Чернянский П. М. «Жесткость системы в заданной точке и направлении определяется отношением силы упругости к упругому смещению в том же направлении»		

Тогда решение уравнения (18) с граничными условиями (19) будет иметь вид:

$$U = \int_0^x [\beta T(x, \tau) + C_1] dx = \int_0^x \beta T(x, \tau) dx + C_1 x + C_2. \quad (20)$$

В случае, когда имеется неравномерное распределение температуры по высоте балки, возникают изгибающие напряжения, которые приводят к изгибу балки, вследствие момента:

$$M_T = \int_{-c}^c \beta \cdot E \cdot T(y, \tau) \cdot b \cdot y \cdot dy,$$

а напряжение будет:

$$\sigma_x = \frac{M_T \cdot y}{I} = \frac{3 \cdot y}{2 \cdot c^3} \int_{-c}^c \beta \cdot E \cdot T(y, \tau) \cdot y \cdot dy.$$

Тогда решая, получим величину изгиба нейтральной линии балки:

- для свободно лежащей балки величина прогиба будет равна:

$$U_y = \frac{\beta \cdot L^2 \cdot \Delta T(y, \tau)}{16c};$$

- для защемленной на одном конце балки величина прогиба будет равна:

$$U_y = \frac{\beta \cdot L^2 \cdot \Delta T(y, \tau)}{4c},$$

где L , $2c$, $2b$ – соответственно длина, высота и ширина балки, $\Delta T(y, \tau)$ – неравномерность температуры по высоте балки.

В табл. 3 приведены в исторической последовательности основные понятия о статической, динамической и тепловой жесткости станков.

Тогда, учитывая сказанное, можно сделать вывод, что **«Инженерные методы оценки и/или определения параметров и характеристик жесткости станка – это экспериментально подтвержденное обоснование степени, точности и пределов применимости методов и способов приведения и/или идеализации реальных деталей, узлов и станка к моделям и видам, для которых разработаны, обоснованы и получены теоретические выражения и функциональные зависимости в границах сформулированных и принятых условий их существования и окружения для указанного диапазона рассматриваемых параметров».**

Как видно из приведенных физических закономерностей, в настоящее время для расчета тепловой (температурной) жесткости станка не существует приближенных зависимостей, аналогичных расчету упругих деформаций. Как это видно из приведенных методов физических процессов (табл. 1), в отличие от упругих и динамических процессов (воздействие приложены в точке ТСР инструмента и являются вектором), температурные или тепловые воздействия в виде изменяющейся температуры не являются векторной величиной и изменяют

КНИГИ ИЗДАТЕЛЬСТВА «ТЕХНОСФЕРА»



Цена 1 090 руб.

МЕХАНИЗМЫ ПЕРСПЕКТИВНЫХ РОБОТОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Под редакцией В. А. Глазунова, С. В. Хейло

Данная монография является продолжением предыдущей работы «Новые механизмы в современной робототехнике». Представлены вопросы кинематики, динамики и управления такими системами. Кроме того, приведен обзор современных робототехнических систем для различных технических применений.

Представленные исследования проведены авторами различных организаций: ИМАШ РАН, ИКТИ РАН, МГТУ им. Н. Э. Баумана, РГУ им. А. Н. Косыгина, ЮЗГУ, МАИ, научно-производственной компанией «Шторм», компанией «Ассистирующие хирургические технологии».

Книга предназначена для научных работников, инженеров, аспирантов, студентов, занимающихся вопросами робототехники, теории механизмов и машин.

М.: ТЕХНОСФЕРА,
2022. – 296 с.
ISBN 978-5-94836-604-3

КАК ЗАКАЗАТЬ НАШИ КНИГИ?

☎ 125319, Москва, а/я 91; ☎ +7 495 234-0110; ☎ +7 495 956-3346; ✉ knigi@technosphaera.ru, sales@technosphaera.ru

термоупругое состояние и смещения элементов всей термоупругой системы. И следствием являются малые изменения положения ТСП (из-за деформаций всего станка и элементов), а не воздействие на него в понятной точке упругой системы. Для тепловых воздействий существуют попытки законом, аналогичным по структуре закону Гука, определить понятие «термической (тепловой или температурной) жесткости», как способности конструкции препятствовать термическим воздействиям и определять ее частным от деления потерь мощности на возникающую максимальную деформацию в выбранных координатах при определенном режиме работы станка. Количественное значение этого параметра может также определяться как отношение потерь мощности к максимальному изменению выходного параметра станка по соответствующим координатам за этот же промежуток времени. Также предлагается параметр свойства конструкции противодействовать термическим возмущениям: в количественном выражении для линейных величин это мкм/кВт, а для угловых – град/кВт по каждому выходному параметру станка, как отношение величины перемещения к моменту окончания очередного цикла термического воздействия к величине потребляемой энергии на это время.

Из этого следует очевидная и существенная разница применения понятий жесткость и термическая жесткость, так как в первом случае четко фиксировано место приложения силы и место измерений, а во втором случае – фиксировано то же самое место измерения, а величина и место теплового воздействия являются неопределенной величиной. Очевидно, что такая «объективная» оценка не может служить основанием для оценки управления тепловым поведением станка.

Литература

1. **Кузнецов А. П.** Эволюция методов оценки точности металлорежущих станков и тенденции ее изменения. Часть 1. Эволюция понятия точность и ее физическая модель // Вестник машиностроения. 2016. № 12. С. 8–16.
2. **Kuznetsov A. P., Koriath H.-J.** Energy – information regularities of increasing productivity in metalworking machine tools. EPJ Web Conf. V. 224, 2019. IV International Conference “Modeling of Nonlinear Processes and Systems”, MNPS-2019. PP. 1–8.
3. **Putz M., Koriath H.-J., Kuznetsov A. P.** Resource consumption classes of machine tools. Special Issue | HSM 2019 15th International Conference on High Speed Machining October 8–9, 2019, Prague, Czech Republic. MM Science Journal. PP. 3301–3309.
4. **Van de Vijver W., Houben M., Van Brussel H., Reynaerts D.** Piezomotors: an enabling technology. Publisher: Nederlandse Vereniging voor Precisie technologie Mikroniek: 2009; V. 49; iss. 1. PP. 20–27.
5. Thermo-energetic Design of Machine Tools. Editor Knut Großmann. Springer International Publishing Switzerland. 2015. P. 262.
6. **Тимошенко С. П., Гудьер Дж.** Теория упругости. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. 560 с.
7. **Хан Х.** Теория упругости: Основы линейной теории и ее применения. М.: Мир, 1988. 344 с.
8. **Чернянский П. М.** Основы проектирования точных станков. Теория и расчет. М: КНОРУС, 2010. 240 с.
9. **Каминская В. В., Левина З. М., Решетов Д. Н.** Станины и корпусные детали металлорежущих станков. Расчет и конструирование. М.: Государственное научно-техническое издательство машиностроительной литературы. 1960. 364 с.
10. **Brecher Chk., Weck M.** Machine tools – Design, calculation and metrological assessment.V2.Springer-Verlag GmbH Germany, part of Springer Nature 2021. 840 p.
11. **Кузнецов А. П.** О материалах в станкостроении // СТАНКОИНСТРУМЕНТ. 2019. № 1. С. 44–55.
12. **Han Wang, Tianjian Li, Xizhi Sun, Diane Mynors, Tao Wu.** Optimal Design Method for Static Precision of Heavy-Duty Vertical Machining Center Based on Gravity Deformation Error Modelling. Processes 2022, 10, 1930, doi.org/10.3390/pr10101930. PP. 1–20.
13. **Левина З. М., Решетов Д. Н.** Контактная жесткость машин. М.: Машиностроение, 1971. 264 с.
14. **Portman V. T., Chapsky V. S., Shneur Y., Ayalon E.** Machine stiffness rating: Characterization and evaluation in design stage. Procedia CIRP , v. 36, 2015, pp. 111–11.
15. **Кудинов В. А.** Динамика станков. М.: Машиностроение, 1967. 360 с.
16. **Rivin E. I.** Handbook on Stiffness & Damping in Mechanical Design, ASME Press, New York, NY, 2010. 734 p.
17. **Altintas Y.** Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design. Cambridge University Press, New York, 2012. 360 p.
18. **Chunhui Li, Zhiqiang Song, Xianghua Huang, Hui Zhao, Xuchu Jiang, Xinyong Mao** Analysis of Dynamic Characteristics for Machine Tools Based on Dynamic Stiffness Sensitivity. Processes 2021, 9, 2260, pp. 1–16. doi.org/10.3390/pr9122260
19. **Кузнецов А. П.** Тепловые процессы в металлорежущих станках. М.: ТЕХНОСФЕРА, 2019. 488 с.
20. **Кузнецов А. П.** Тепловой режим металлорежущих станков. М.: МГТУ «СТАНКИН», Янус – К, 2013. 480 с.
21. **Kuznetsov A. P., Koriath H.-J.** Thermal stiffness – a key accuracy indicator of the machine tools. MM Science Journal, 2021,| Special Issue on ICTIMT2021. PP. 4548–4555.

Автор

Кузнецов Александр Павлович – доктор технических наук, профессор кафедры станков МГТУ «СТАНКИН»



МашЭкспо Сибирь

МЕЖДУНАРОДНАЯ ПРОМЫШЛЕННАЯ ВЫСТАВКА

18+

28 – 30 МАРТА 2023

ОТРАСЛЕВОЕ СОБЫТИЕ СИБИРИ!

70

Более 70 производителей и поставщиков оборудования и материалов для металлообработки и сварки.



Здесь ведущие производители станков, сварочного оборудования встречаются с представителями крупных и средних промышленных предприятий.



Деловая программа посвящена актуальным проблемам машиностроения и передовым технологиям в сфере металлообработки.

MASHEXPO-SIBERIA.RU

ОРГАНИЗАТОР: ООО «СВК»

МЕСТО ПРОВЕДЕНИЯ:



СИБИРСКАЯ
ВЫСТАВОЧНАЯ
КОМПАНИЯ



НОВОСИБИРСК
ЭКСПО ЦЕНТР

